evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VY_32_INOVACE_M-Ar 8.,9.15

Lomené výrazy – sčítání a odčítání lomených výrazů

Anotace: Prezentace připomene sčítání a odčítání zlomků. Žák použije poznatky zopakované při počítání se zlomky u zjišťování společného jmenovatele lomených výrazů. Vše aplikuje při sčítání a odčítání lomených výrazů.

Vzdělávací oblast: Matematika

Autor: Mgr. Robert Kecskés

Jazyk: Český

Očekávaný výstup: Sčítá a odčítá lomené výrazy.

Druh učebního materiálu: Prezentace

Cílová skupina: Žák

Stupeň a typ vzdělávání: Druhý stupeň, základní škola

Datum (období), ve kterém byl vzdělávací materiál vytvořen: Školní rok 2012-2013

Ročník, pro který je vzdělávací materiál určen: Devátý ročník základní školy

Sčítání a odčítání zlomků

Připomeneme si sčítání a odčítání zlomků.

$$\frac{5}{4}+\frac{7}{24}= \quad \frac{\color{green}{\mathbf{30+7}}}{\color{red}{\mathbf{24}}}=\frac{37}{24}=1\frac{13}{24}$$

Nejdříve najdeme společného jmenovatele. Hledáme tedy nejmenší společný násobek pro čísla 4 a 24. To je číslo 24.

Počítáme dál.

(24:4)·5 = 6·5 = **30**

(24:24)·3 = 1·7 = **7**

Dopočítáme.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Nalezení společného jmenovatele (nejmenší společný násobek) u zlomků není těžké. Ve jmenovateli se vyskytovala čísla.

Jak tomu bude, jestliže se ve jmenovateli budou vyskytovat proměnné?

Nejmenší společný násobek dvou výrazů bude výraz, který se dá těmito dvěma výrazy dělit beze zbytku.

Nebudeme nyní počítat s lomenými výrazy, ale zjednodušeně si ukážeme, jak nalézt nejmenší společný násobek u výrazů.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi **nejmenší** společný násobek výrazů: a^2; a^3

Společný násobek je výraz, do kterého se musejí „vejít“ oba výrazy. Řečeno zjednodušeně.

Zkusme si představit

a^2 jako $a \cdot a$ a^3 jako $a \cdot a \cdot a$

Máme tedy 1) $a \cdot a$ 2) $a \cdot a \cdot a$

Kolik proměnných *a* nám **nejméně** stačí?

Vidíme, že $a \cdot a \cdot a$ stačí, „vejde“ se do něho $a \cdot a$, rovněž $a \cdot a \cdot a$.

Nejmenší společný násobek je tedy $a \cdot a \cdot a = \mathbf{a^3}$

Všimněme si, že z obou výrazů je to výraz s vyšším exponentem, tedy $\mathbf{a^3}$. **To platí vždy.**

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi **nejmenší** společný násobek výrazů:

x^7y^2 ; x^5y^8z

Opíšeme všechny proměnné a zapíšeme k nim nejvyšší exponenty.

Opisujeme i ty proměnné, které se třeba vyskytují pouze u jednoho z výrazů.

$$x^7y^8z$$

Společný jmenovatel lomených výrazů

Najdi **společného jmenovatele** lomených výrazů:

a) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{4x} = \frac{\quad}{4x}$

b) $\frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x^4} = \frac{\quad}{3x^4}$

c) $\frac{2}{xy} - \frac{c}{x^2z^3} = \frac{\quad}{x^2yz^3}$

d) $\frac{a}{c} - \frac{1}{d^2} + \frac{2}{e} = \frac{\quad}{cd^2e}$

Nejmenší společný násobek u výrazů

Zatím jsme se zabývali hledáním nejmenšího společného násobku pro jednočleny.

Ukážeme si, jak to bude vypadat u hledání nejmenšího společného násobku u mnohočlenů. Zaměříme se na jednočleny s dvojčleny.

Z krácení lomených výrazů víme, že existují dvojčleny stejné, opačné nebo různé. Jiná varianta není.

Opět nebudeme nyní počítat s lomenými výrazy, ale zjednodušeně si ukážeme, jak nalézt nejmenší společný násobek u mnohočlenů.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Společný násobek je výraz, do kterého se musejí „vejít“ oba výrazy. Opět řečeno zjednodušeně.

U mnohočlenů si musíme zapamatovat:

a) jednočlen se do dvojčlenu „nevejde“

b) dvojčlen se do trojčlenu rovněž „nevejde“

Víme z krácení lom. výrazů, že se dá krátit pouze 1-člen s 1-členem, 2-člen s dvojčlenem atd.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi nejmenší společný násobek výrazů.

$a + b$ $a + b$

Oba výrazy jsou dvojčleny a stejné. Jako bychom měli hledat nejmenší společný násobek dvou stejných čísel např. 4 a 4. Nejmenší společný násobek by byl číslo 4.

V našem případě je hledaný nejmenší společný násobek výraz $(a + b)$.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi nejmenší společný násobek výrazů.

$a - b$ $\qquad\qquad$ $a + b$

Oba výrazy jsou dvojčleny a různé. Jako bychom měli hledat nejmenší společný násobek dvou různých čísel např. 4 a 5. Nejmenší společný násobek by bylo číslo $4 \cdot 5 = 20$.

V našem případě je hledaný nejmenší společný násobek výraz $(a - b)\cdot(a + b)$.

Pokud máme různé dvojčleny, tak nejmenší společný násobek nalezneme tak, že oba dvojčleny opíšeme do závorek a mezi závorky dáme znaménko krát. To platí vždy!

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi nejmenší společný násobek výrazů.

$$a - b \qquad\qquad b - a$$

Oba výrazy jsou opačné dvojčleny.

Z rozkladu na součin víme, že opačné výrazy se dají upravit na stejné výrazy.

Z výrazů $a - b$; $b - a$ si vybereme např. druhý výraz $b - a$. Upravíme ho na výraz $a - b$.

$$b - a = -(-b + a) = -(a - b)$$

Z výrazu $b - a$ vytkneme -1. Můžeme říkat znaménko mínus. Dostaneme v závorce výraz $-b + a$. To je stejný výraz jako $a - b$.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi nejmenší společný násobek výrazů.

a $\qquad\qquad$ $a + b$

Pozor, první výraz je jednočlen a druhý dvojčlen. Víme, že jednočlen se do dvojčlenu „nevejde“!

Jako bychom hledali nejmenší společný násobek čísel 2 a 7. Našli bychom $2 \cdot 7 = 14$.

V našem případě je hledaný nejmenší společný násobek výraz $a \cdot (a + b)$.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi nejmenší společný násobek výrazů.

$2x$ $\qquad\qquad$ $4(x + y)$

Podíváme se zvláště na čísla 2 a 4 a na výrazy x a $(x + y)$.

Nejmenší společný násobek pro čísla 2 a 4 je číslo 4.

Nejmenší společný násobek pro výrazy x a $(x + y)$ je výraz $x \cdot (x + y)$.

V našem případě je hledaný nejmenší společný násobek výraz $4x \cdot (x + y)$.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Najdi nejmenší společný násobek výrazů.

$2x^2y^4$ $3(x^2 - y)$

Podíváme se zvlášť na čísla 2 a 3 a na výrazy x^2y^4 a $(x^2 - y)$.

Nejmenší společný násobek pro čísla 2 a 3 je číslo 6.

Nejmenší společný násobek pro výrazy x^2y^4 a $(x^2 - y)$ je výraz $x^2y^4 \cdot (x^2 - y)$.

V našem případě je hledaný nejmenší společný násobek výraz $6x^2y^4 \cdot (x^2 - y)$.

Nejmenší společný násobek u výrazů

Všimneme si, že pokud máme jednočlen a dvojčlen, tak společný násobek je vždy opsaný jednočlen krát opsaný dvojčlen.

Např.

s^2 a $(s-2)$ $\quad$ $s^2 \cdot (s-2)$

rs^2 a $(5s-2)$ $\quad$ $rs^2 \cdot (5s-2)$

Pokud máme v jednočlenu číslo a před dvojčlenem číslo, najdeme navíc nejmenší společný násobek pro tato čísla.

Např.

$7s^2$ a $2(s-2)$ $\quad$ $14s^2 \cdot (s-2)$

Nejmenší společný násobek u výrazů

Nalezněte nejmenší společný násobek výrazů a zapiš podmínky:

a) $\frac{1}{2a-x} + \frac{4}{2a-x} = \frac{}{2a-x}$

b) $\frac{1}{2a} + \frac{4}{2a-x} = \frac{}{2a(2a-x)}$

c) $\frac{1}{2a-x} + \frac{4}{2a+x} = \frac{}{(2a-x)(2a+x)}$

d) $\frac{1}{4s(2a-x)} + \frac{4}{8(2a+x)} = \frac{}{8s(2a-x)(2a+x)}$

e) $\frac{1}{2a-x} + \frac{4}{x-2a} = \frac{}{2a-x} - \frac{}{2a-x} = \frac{}{2a-x}$

Sčítání a odčítání lomených výrazů

Vypočti:

a) $\frac{1}{2a} + \frac{3}{2a} = \frac{1+3}{2a} = \frac{4}{2a} = \frac{2}{a}$ $\quad [a \neq 0\ ]$

b) $\frac{1}{2c} - \frac{4}{3d} = \frac{1 \cdot 3d - 4 \cdot 2c}{6cd} = \frac{3d - 8c}{6cd}$ $\quad [c \neq 0; d \neq 0\ ]$

c) $\frac{c}{c+1} - \frac{2c}{c+1} = \frac{1 \cdot c - 2c \cdot 1}{c+1} = \frac{c - 2c}{c + 1} = \frac{-c}{c + 1}$ $\quad [c \neq -1]$

d) $\frac{c}{x(c+1)} - \frac{2x}{c+1} = \frac{c \cdot 1 - 2x \cdot x}{x(c+1)} = \frac{c - 2x^2}{x(c + 1)}$ $\quad [x \neq 0; c \neq -1\ ]$

e) $\frac{c}{c^2-1} - \frac{2c}{c+1} = \frac{c}{(c+1)(c-1)} - \frac{2c}{c+1} = \frac{c - 2c \cdot (c-1)}{(c+1)(c-1)} =$

$= \frac{c - 2c^2 + 2c}{(c+1)(c-1)} = \frac{-2c^2 + 3c}{(c+1)(c-1)} = \frac{c(-2c + 3)}{(c + 1)(c - 1)}$ $\quad [c \neq \pm 1]$